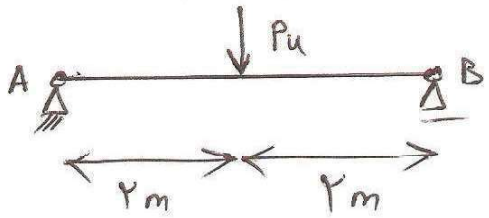
فصل اعضاء خمش - منابع: کتاب سری عمران + دکتر ازهری تهیه کننده: علیرضا فرساد ص ۲۴

(پایه ۲- ۸۴ - با تغییرات - از سری عمران)

بال فشاری تیر AB با مقطع IPE۲۴۰ فقط در نقاط A و B دارای انکاء جانبی است و بارهای متمرکز Pu برحسب تن، در وسط تیر از بال تحتانی آویزان است. اگر از اثر وزن تیر در محاسبات صرف نظر شود، حداکثر مقدار برای بار Pu برابر است با:

$F_y = 2400 \frac{kg}{cm^2}$, IPE۲۴۰ ($d = 24\,cm$, $t_f = 0.98\,cm$, $b_f = 12\,cm$, $S_x = 324\,cm^3$, $J = 12.9\,cm^4$, $Z_x = 367\,cm^3$, $I_y = 284\,cm^4$, $r_y = 2.79\,cm$)



۱) $P_u = 1.5\,t$

۲) $P_u = 4.7\,t$

۳) $P_u = 5.9\,t$

۴) $P_u = 7.5\,t$

حل:

همیشه برای این که راحت معلوم شود، رابطه کل را بنویس

عزم وارده ≤ عزم مقاوم

$M_u \rightarrow$ عزم وارده ماکزیمم

$M_{max} = \frac{P_u}{2} \times 2$ ← در وسط دهانه

P_u

عزم مقاوم ↓

باید سپس کوام حالت برای IPE انتخاب شده است ↓

مراجعه به جدول ۱۰-۲-۵-۱ ↓

پروفیل‌ها معمولاً فشرده در جان و بال فرض کرد. چون معمولاً پروفیل‌ها، فشرده هستند. ↓

ص ۲۵

↓

پس نوع مقطع ۱۰-۲-۵ هست

↓

حالا باید ببینیم L_b با L_p و L_r چه رابطه‌ای دارد؟

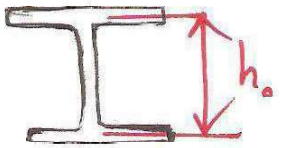
$L_b = 400\ cm$

$$L_p = 1.76\, r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.76 \times 2.79 \times \sqrt{\frac{2\times10^6}{2400}} = 137\ cm$$

پس $L_p < L_b$ هست، حالا باید بررسی کنیم که L_b از L_r بزرگتر است یا کوچکتر

پس نیاز به L_r داریم:

$$L_r = 1.95\, r_{ts} \frac{E}{0.7F_y} \sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o} + \sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} \qquad (10-2-5-7)$$



$$r_{ts} = \sqrt{\frac{I_y h_o}{2S_x}} = \sqrt{\frac{284 \times (24 - 2\times\frac{0.98}{2})}{4 \times 34.4}} \simeq 3.18\ cm$$

$$\rightarrow L_r = 1.95 \times 3.18 \frac{2\times10^6}{0.7\times2400} \sqrt{\frac{14.9\times1}{34.4\times23.02} + \sqrt{\left(\frac{14.9\times1}{34.4\times23.02}\right)^2 + 6.76\left(\frac{0.7\times2400}{2\times10^6}\right)^2}} \simeq$$

$496\ cm$

$C=1$ چرا؟

خب: $L_p < L_b = 400 < L_r = 496\ cm$ می‌باشد، پس بند (۱۰-۲-۵-۴) جواب خواهد بود:

$$M_n = C_b \left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \leq M_p$$

$$M_p = F_y \cdot Z_x = 2400 \times 367 = 880800\ kg\cdot cm$$

نکته: C_b تیر دوسر ساده با بارمتمرکز در وسط مساوی ۱/۳۲ می‌باشد.

$$\rightarrow M_n = 1.32\left[880800 - (880800 - 0.7\times2400\times344)\left(\frac{400-137}{496-137}\right)\right] = 843264\ kg\cdot cm$$

$M_n \leq M_p$ ✓ $\quad 843264 < 880800$ ✓

$$P_u \leq \phi M_n = 0.9 \times 8432.64\ kg\cdot m \rightarrow$$

$$P_u \leq 7592.4\ kg$$

کدام صحیح است.

ص ۲۶

فصل اعضاء خمشی
مثالی از کتاب آقای دکتر ازهری

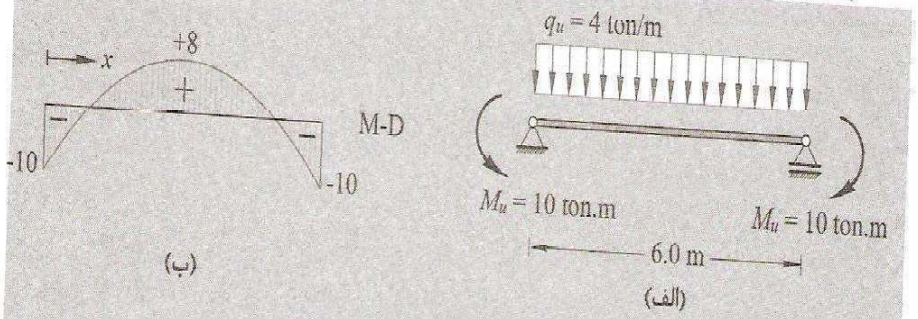
مثال ۴-۶:

تیر نشان داده شده در شکل ۴-۲۲- الف را از نیم‌رخ IPE در دو حالت زیر طراحی کنید.

الف- اگر فواصل مهارهای جانبی ۳ متر فرض شود.

ب- اگر فواصل مهارهای جانبی ۶ متر فرض شود.

$F_y = ۲۴۰۰ kg/cm^۲$, $E = ۲/۱ \times ۱۰^۶ kg/cm^۲$



شکل ۴-۲۲- تیر مثال ۴-۶ و نمودار لنگر آن

ص ۲۷

حل: برای حل این تمرین، طبق معمول، رابطه کلی طراحی را می‌نویسیم:

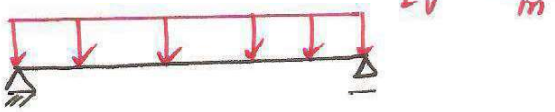
$$M_u \leqslant M_r = \phi . M_n$$

اول، سمت چپ رابطه را محاسبه می‌نمائیم تا بدانیم چقدر لنگر وارد می‌شود؟ (قرار هست چیه بلا سرتیر بیاید)

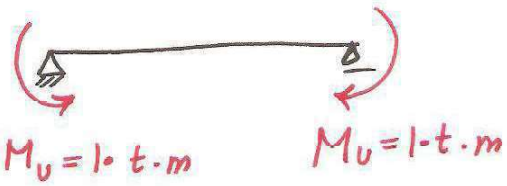
خود سؤال، در شکل ۴-۲۲-ب، نمودار لنگر را داده و کاملاً واضح است که بیشترین لنگر وارده $10\ t.m$ است.

$$10\ t.m \leqslant \phi . M_n$$

اما آی سؤال، نمودار لنگر را این داد چطوری باید خودمان رسم می‌کردیم؟



(۱)



(۲)

ص ۲۸

خوب ، طرف راست معادله چقدر هست ؟ چه باید بگذاریم ؟

سؤال گفته ، که از پروفیل IPE طراحی شود پس این یک راهنمای خوب هست چرا ؟

چون پروفیل ها را ی تران فرض نمود که فشرده هستند ؛ ص ۶۱ سمت دهم وجدول ۱۰-۲-۵-۱

مراجعه می کنیم کدام بند را انتخاب کنیم ؟

۱۰-۲-۵-۲ ← پر هم از نقطه نظر تسلیم وهم از نظر کمانش پیچشی - جانبی باید کنترل شود

* برای شروع ، فرض می کنیم $M_n = M_p = F_y \cdot Z_x$ است و در چنین حالتی به ارائه مسئله می پردازیم .

$$10 \times 10^5 \ kg \cdot cm \leqslant 0/9 \times F_y \cdot Z_x$$

$$10 \times 10^5 \ kg \cdot cm \leqslant 0/9 \times 2400 \times Z_x \rightarrow Z_x \geq 463 \ cm^3$$

خوب ، حالا سراغ اشتال می رویم و IPE مناسب را انتخاب می کنیم ، مقطعی که اساس مقطع پلاستیک آن بزرگتر از ۴۶۳ باشد ، به کجای اشتال مراجعه کنیم ؟

صفحه مقادیر استاتیکی اضافی = S_x = گشتاور استاتیکی از نیم سطح مقطع

گشتاور استاتیکی از نیم سطح مقطع × ۲ = اساس مقطع پلاستیک ، چرا ؟

ص ۲۹

انتخاب می‌شود : IPE270

مشخصات : $d = ۲۷\ cm$ ، $t_F = ۱/۰۲\ cm$ ، $b_F = ۱۳/۵\ cm$ ، $t_w = ۰/۶۶$

$d - ۲k = ۲۱/۹\ cm$ ، $r_y = ۳/۰۲\ cm$ ، $S_x = ۴۲۹\ cm^۳$

$I_y = ۴۲۰\ cm^۴$ ، $Z = ۲ \times ۲۴۲ = ۴۸۴\ cm^۳$

خوب، ما فرض کرده بودیم چون پروفیل هست شرایط فشردگی را دارد ضمناً فرض کرده بودیم تیر دارای تکیه‌گاه جانبی است $L_b \leq L_p$. حالا کنترل کنیم آیا این فرضات اولیه ما درست بوده یا خیر؟ اگر درست بود که همه چیز امن و امان است اگر نبود چه؟

کنترل شرایط فشردگی مقطع :

بال : $\frac{b_F}{۲t_F} = \frac{۱۳/۵}{۲ \times ۱/۰۲} = ۶/۶۲ \leq \lambda_p = ۰/۳۸ \sqrt{\frac{۲/۱ \times ۱۰^۶}{۲۴۰۰}} = ۱۱/۲۴$ ✓

بال، فشرده است

جان : $\frac{h}{t_w} = \frac{۲۱/۹}{۰/۶۶} = ۳۳/۲ \leq \lambda_p = ۳/۷۶ \sqrt{\frac{۲/۱ \times ۱۰^۶}{۲۴۰۰}} = ۱۱۱$ ✓

جان، فشرده است

اما شرایط LTB :

فرض کرده بودیم $L_b = ۳m < L_p$ هست، حالا کنترل کنیم :

$L_p = ۱/۷۶\ r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}}$ (۶-۵-۲-۱۰)

$L_p = ۱/۷۶ \times ۳/۰۲ \times \sqrt{\frac{۲/۱ \times ۱۰^۶}{۲۴۰۰}} = ۱۵۷\ cm$

ص ۳۰

طبق شکل ۴-۱۸ -ص ۲۶۲ کتاب دکتر ازهری که در جزوه هم آورده شده است ، $L_b > L_p$

حالا باید L_r را هم محاسبه نمائیم تا ببینیم در کدام ناحیه قرار دارد :

$$L_r = 1.95\, r_{ts}\, \frac{E}{0.7F_y}\sqrt{\frac{Jc}{S_x h_o}+\sqrt{\left(\frac{Jc}{S_x h_o}\right)^2+6.76\left(\frac{0.7F_y}{E}\right)^2}} \qquad (10-5-2-7)$$

ضریب C_w :

$$C_w = I_y \times \frac{h_o^2}{4} = 420 \times \frac{25.98^2}{4} = 7081$$

h_o = ؟ استال ، ؟ = استال

$$r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{I_y C_w}}{S_x}$$

$I_y = 420\ cm^4$

$$\rightarrow r_{ts}^2 = \frac{\sqrt{420 \times 7081}}{429} = 12.72 \rightarrow r_{ts} = 3.566\ cm$$

$$J = \frac{1}{3}\left[2 \times 13.5 \times 1.02^3 + (27 - 2\times 1.02) \times 0.77^3\right] = 11.94\ cm^4$$

$$h_o = 27 - 1.02 = 25.98\ cm$$

$$\rightarrow L_r = 1.95 \times 3.566 \times \frac{2.1\times 10^6}{0.7\times 2400} \times \sqrt{\frac{11.94}{429 \times 25.98}} \times \sqrt{1+\sqrt{1+6.76\times\left(\frac{0.7\times 2400}{2.1\times 10^6}\times\frac{429\times 25.98}{11.94}\right)^2}}$$

$$\rightarrow L_r = 5.08\ cm$$

با توجه به این که $L_p = 1.57^{cm} < L_b = 3.00^{cm} < L_r = 5.08^{cm}$ می باشد ، ظرفیت خمشی اسمی

براساس رابطه (۱۰-۲-۵-۴) محاسبه می شود :

$$M_n = C_b\left[M_p - (M_p - 0.7F_y S_x)\left(\frac{L_b - L_p}{L_r - L_p}\right)\right] \leq M_p$$

۳۱۵

$$M_p = Z \cdot F_y = ۴۸۴ \times ۲۴۰۰ = ۱۱,۶۲ \times ۱۰^۵ \ kg.cm$$

اما داده مهم دیگری که مورد نیاز است C_b یا ضریب تغییرات لنگر می باشد :

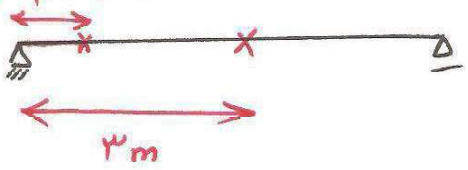
(۱-۵-۲-۱۰)

$$C_b = \frac{۱۲,۵ M_{max}}{۲,۵ M_{max} + ۳ M_A + ۴ M_B + ۳ M_C}$$

$$M_{max} = ۱۰ \ t.m$$

$M_A = ?$ اگر فواصل مهار جانبی ۳ متر باشد نقطه $\frac{۱}{۴}$ طول مهار نشده چقدر می شود؟

$\frac{۱}{۴} \times ۳m$ = طول مهار نشده $\frac{۱}{۴}$ = ۰,۷۵



معادله لنگر :

$$M(x) = ۱۲x - ۱۰ - \frac{۴x^۲}{۲}$$

معادله لنگر چگونه بدست آمده ؟

$$M_A = \left[M(x=۰,۷۵)\right] = ۱۲(۰,۷۵) - ۱۰ - ۴\frac{(۰,۷۵)^۲}{۲} = -۲,۱۲۵ \ t.m$$

که ما قدر مطلق آن را می خواهیم :

$$M_A = ۲,۱۲۵ t.m$$

$$M_B = \left[M(x=۱,۵m)\right] = ۳,۵ t.m$$

$$M_C = \left[M(x=۲,۲۵m)\right] = ۴,۸۷۵ t.m$$

$$M_{max} = ۱۰ \ t.m$$

$$\longrightarrow C_b = \frac{۱۲,۵ \times ۱۰}{۲,۵ \times ۱۰ + ۳ \times ۲,۱۲۵ + ۴ \times ۳,۵ + ۳ \times ۴,۸۷۵} = ۱,۸۹۴$$

ص ۳۲

$$M_n = 1/89\text{۴}\left[11/72\times10^5 - (11/72\times10^5 - 0/7\times2400\times429)\times\frac{300-157}{508-157}\right]$$

$$\longrightarrow M_n = 18/06\times10^5 \ \text{kg}\cdot\text{cm} \not< M_p = 11/72\times10^5 \ \text{kg}\cdot\text{cm}$$

$M_n = M_p$ ← M_p بزرگ‌تر باشد M_n چون مقدار نباید از

خلاصه: اگر IPE270 بگذاریم با توجه به طول مهار جانبی پروفیل در ۳ متر که سؤال گفته، مقاومت اسمی خمشی این تیر = $M_n = 11/72\times10^5$ خواهد بود

حالا کنترل کنیم آیا انتخاب IPE270 در این شرایط انتخاب مناسبی بوده یا نه؟

$$M_u = 10 \ \text{t}\cdot\text{m} \not< \phi M_n = 0/9\times11/72 = 10/55 \ \text{t}\cdot\text{m}$$

پس مقطع انتخابی مناسب و جوابگو خواهد بود.

ص ۳۳ — فصل اعضاء خمشی

حل قسمت ب :

قسمت ب ، پروفیل قوی‌تر می‌خواهد یا ضعیف‌تر ؟

قطعاً ، قوی‌تر چون فاصله مهارجانبی = ۶ متر می‌باشد و اگر همان پروفیل IPE 270 را مدنظر قرار دهیم $L_b > L_r$ می‌شود و فرمول (۵-۵-۲-۱۰) حاکم می‌شود

قطعاً جواب نمی‌دهد و نیاز به محاسبه نیست .

پاسخ IPE 300 امتحان می‌کنیم :

IPE 300 : $d = ۳۰ cm$, $t_f = ۱/۰۷ cm$, $b_f = ۱۵ cm$, $t_w = ۰/۷۱$

$d - ۲k = ۲۴/۸ cm$, $r_y = ۳/۳۵$, $S_x = ۵۵۷ cm^۳$,

$I_y = ۶۰۴ cm^۴$, $Z = ۲ \times ۳۱۴ = ۶۲۸ cm^۳$

مثل قسمت الف ، چون پروفیل هست فرض می‌کنیم فشرده هست دو محور تقارن هم که دارد ، حول محور قوی هم تحت خمش هست پس بند ۱۰-۲-۵-۲-۱ شامل این مقطع می‌شود

حالا باید ببینیم $L_b = ۶m$ با L_p و L_r چه نسبتی دارد ؟

$$L_p = ۱/۷۶ \, r_y \sqrt{\frac{E}{F_y}} = ۱/۷۶ \times ۳/۳۵ \times \sqrt{\frac{۲/۱ \times ۱۰^۶}{۲۴۰۰}} = ۱۷۴/۴ cm$$

برای محاسبه L_r مانند حالت الف ، C_w و J و h_o و r_{ts} را نیاز داریم

$$J = \frac{۱}{۳}\left[۲ \times ۱۵ \times ۱/۰۷^۳ + (۳۰ - ۲ \times ۱/۰۷) \times ۰/۷۱^۳ \right] = ۱۵/۵۷ cm^۴$$

$$h_o = ۳۰ - ۱/۷ = ۲۸/۹۳ cm$$

$$C_w = ۶۰۴ \times \frac{۲۸/۹۳^۲}{۴} = ۱۲۶۳۷۹ cm^۶$$

$$r_{ts}^۲ = \frac{\sqrt{۶۰۴ \times ۱۲۶۳۷۹}}{۵۵۷} = ۱۵/۶۹ \longrightarrow r_{ts} = ۳/۹۶۱ cm$$

ص ۳۴

$$\rightarrow L_r = 1.95 \times 3.971 \times \frac{2.1 \times 10^6}{0.7 \times 2400} \times \sqrt{\frac{15.57}{55.7 \times 28.93}} \times \sqrt{1 + \sqrt{1 + 6.76 \times \left(\frac{0.7 \times 2400}{2.1 \times 10^6} \times \frac{55.7 \times 28.93}{15.57}\right)^2}}$$

$$\rightarrow L_r = 551 \text{ cm}$$

چون $L_b = 600\ cm > L_r = 551\ cm$ می باشد، M_n به کمک رابطه (ω-5-2-10) بدست می آید:

$$M_n = F_{cr} \cdot S_x \leqslant M_p$$

F_{cr} از فرمول (10-2-5-8) ص ۶۵ مبحث دهم محاسبه می شود همه پارامترها را داریم بجز C_b:

$$M(x) = 12x - 10 - 4\frac{x^2}{2}$$

M_{max} چقدر بود؟ $10\ t-m$

M_A در چه فاصله ای از تکیه گاه A هست؟ توجه شود: شکل ۴-۲۲-

$$M_A = M\left(x = \frac{1}{4} \times 6\right) = M(x = 1.5) = 3.5\ t.m$$

$$M_B = M\left(x = \frac{1}{2} \times 6\right) = M(x = 3m) = 12 \times 3 - 10 - 4\frac{(3)^2}{2} = 8$$

$$M_C = M\left(x = \frac{3}{4} \times 6\right) = M(x = 4.5\ m) = 3.5\ t.m$$

$$C_b = \frac{12.5 \times 10}{2.5 \times 10 + 3 \times 3.5 + 4 \times 8 + 3 \times 3.5} = 1.703$$

$$\rightarrow F_{cr} = \frac{1.703 \times \pi^2 \times 2.1 \times 10^6}{\left(\frac{600}{3.971}\right)^2} \sqrt{1 + 0.078 \times \frac{15.79}{55.7 \times 28.93} \times \left(\frac{600}{3.971}\right)^2} = 2398\ \frac{kg}{cm^2}$$

$$\rightarrow M_n = F_{cr} \times S_x = 2398 \times 55.7 = 13.36 \times 10^5\ kg \cdot cm$$

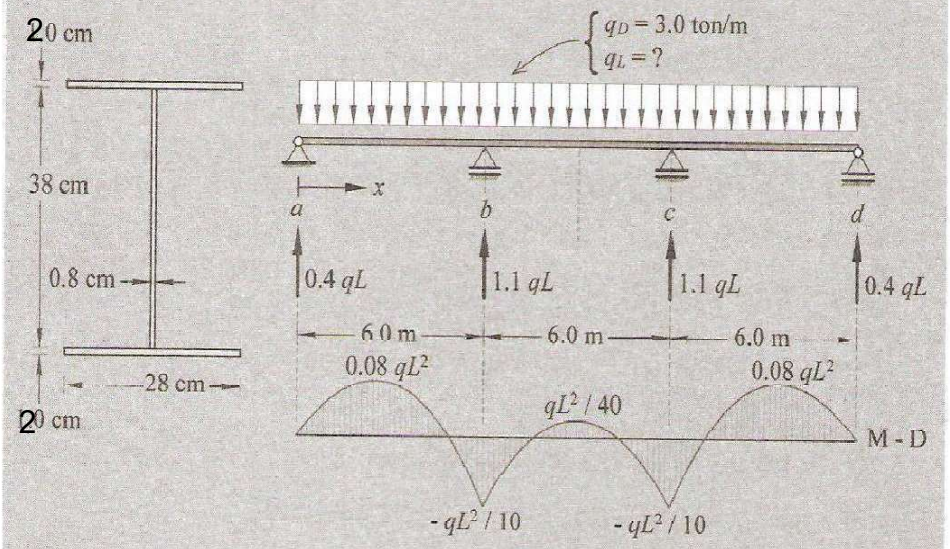
$$M_u = 10 \times 10^5\ kg.cm \leqslant 0.9 \times 13.36 \times 10^5 = 12.02 \times 10^5\ kg.cm$$

پس مقطع قابل قبول است

فصل ۱ اعضاء خمشی منابع: سری عمران + دکتر ازهری گردآوری: علیرضا فرساد ص ۳۵

مثال ۴-۷:

حداکثر بار زنده قابل تحمل تیر شکل ۴-۲۳ را تعیین کنید. مقادیر $F_y=۳۶۰۰ kg/cm^۲$ و $E=۲/۰۴\times۱۰^۶ kg/cm^۲$ فرض کنید. تیر در محل تکیه‌گاه‌ها دارای مهار جانبی است.



شکل ۴-۲۳- تیر مثال ۴-۷